

## Relación Nº 2: INTERACCIÓN GRAVITATORIA

### Cuestiones:

- Leyes de Kepler.
  - Demuestra la tercera ley de Kepler a partir de la ley de gravitación universal de Newton para una órbita circular.
- Enuncie la ley de gravitación universal y comente el significado físico de las magnitudes que intervienen en ella.
  - Según la ley de gravitación universal, la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es proporcional a la masa de éste. ¿Por qué no caen más de prisa los cuerpos con mayor masa?
- La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa  $m$  situado a una altura  $h$  suele escribirse como  $E_p = mgh$ .
    - Comente el significado de dicha expresión.
    - ¿ En qué condiciones es válida dicha fórmula?
  - ¿Por qué la energía potencial gravitatoria de un planeta aumenta cuando se aleja del Sol?
- Explique las características del campo gravitatorio terrestre.
  - Dos satélites idénticos están en órbita circular alrededor de la Tierra, siendo  $r_1$  y  $r_2$  los respectivos radios de sus órbitas ( $r_1 > r_2$ ).
    - ¿Cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad?
    - ¿Cuál de los dos tiene mayor energía mecánica?Razona tu respuestas.
- Analice las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales.
  - ¿Cómo se ve afectada la interacción gravitatoria descrita en el apartado anterior si en las aproximaciones de las dos masas se coloca una tercera masa, también puntual? Haga un esquema de las fuerzas gravitatorias que actúan sobre la tercera masa.
- Una partícula se mueve bajo la acción de una sola fuerza conservativa. El módulo de su velocidad decrece inicialmente, pasa por cero momentáneamente y más tarde crece.

  - Ponga un ejemplo real en el que se observe este comportamiento.
  - Describa la variación de la energía potencial y la de la energía mecánica de la partícula durante su movimiento.
- Defina los términos “fuerza conservativa” y “energía potencial” y explique la relación entre ambos.
  - Si sobre una partícula actúan tres fuerzas conservativas de distinta naturaleza y una no conservativa, ¿cuántos términos de energía potencial hay en la ecuación de conservación de la energía mecánica de esta partícula? ¿Cómo aparece en dicha ecuación la contribución de la fuerza no conservativa? Razone la respuesta.
- Explique qué son fuerzas conservativas. Ponga algunos ejemplos de fuerzas conservativas y no conservativas.
  - Un campo uniforme es aquél cuya intensidad es la misma en todos los puntos. ¿Tiene el mismo valor su potencial en todos los puntos? Razone la respuesta.
- Explique la relación entre fuerza conservativa y variación de energía potencial.
  - Un cuerpo cae libremente sobre la superficie terrestre.  
¿Depende la aceleración de caída de las propiedades de dicho cuerpo?  
Razone la respuesta.
- ¿Qué criterio puedes aplicar para saber si una fuerza dada es conservativa o no?
  - Demuestra que la fuerza elástica  $F = -kx$  (Ley de Hooke) es conservativa.
- El trabajo realizado por una fuerza conservativa en el desplazamiento de una partícula entre dos puntos es menor si la trayectoria seguida es el segmento que une dichos puntos.  
Justifica tu respuesta.
  - Demuestra que la fuerza peso es conservativa.
- Comente los siguientes enunciados, definiendo los conceptos físicos asociados y justificando su carácter de verdadero o falso:

  - El campo gravitatorio es conservativo y por tanto existe un potencial asociado a él.

## Relación Nº 2: INTERACCIÓN GRAVITATORIA

**b)** El trabajo realizado por el campo gravitatorio sobre una partícula que se desplaza entre dos puntos es menor si lo hace a través de la recta que une dichos puntos, ya que es el camino más corto.

**13.** Una partícula se mueve en un campo gravitatorio uniforme.

**a)** ¿Aumenta o disminuye su energía potencial gravitatoria al moverse en la dirección y sentido de la fuerza ejercida por el campo? ¿Y si se moviera en una dirección perpendicular a dicha fuerza? Razone las respuestas.

**b)** Escriba una expresión del trabajo realizado por la fuerza gravitatoria sobre la partícula para un desplazamiento “d”, en ambos casos. ¿En qué se invierte dicho trabajo?

**14.** Un bloque de masa m cuelga del extremo inferior de un resorte de masa despreciable, vertical y fijo por su extremo superior.

**a)** Indique las fuerzas que actúan sobre la partícula explicando si son o no conservativas.

**b)** Se tira del bloque hacia abajo y se suelta, de modo que oscila verticalmente. Analice las variaciones de energía cinética y potencial del bloque y del resorte en una oscilación completa.

**15.** Razone las respuestas a las siguientes preguntas:

**a)** si el cero de energía potencial gravitatoria de una partícula de masa m se sitúa en la superficie de la Tierra, ¿cuál es el valor de la energía potencial de la partícula cuando ésta se encuentra a una distancia infinita de la Tierra?;

**b)** ¿puede ser negativo el trabajo realizado por una fuerza gravitatoria?; ¿puede ser negativa la energía potencial gravitatoria?

**16.** Analice las siguientes proposiciones, razonando si son verdaderas o falsas:

**a)** el trabajo realizado por una fuerza sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética;

**b)** la energía cinética necesaria para escapar de la Tierra depende de la elección del origen de energía potencial.

**17.** Una partícula de masa m, situada en un punto A, se mueve en línea recta hacia otro punto B, en una región en la que existe un campo gravitatorio creado por una masa M.

**a)** Si el valor del potencial gravitatorio en el punto B es mayor que en el punto A, razone si la partícula se acerca o se aleja de M.

**b)** Explique las transformaciones energéticas de la partícula durante el desplazamiento indicado y escriba su expresión. ¿Qué cambios cabría esperar si la partícula fuera de A a B siguiendo una trayectoria no rectilínea?

**18. a)** Enuncie las leyes de Kepler.

**b)** Razone, a partir de la segunda ley de Kepler, cómo cambia la velocidad de un planeta a lo largo de su órbita al variar la distancia al Sol.

**19. a)** ¿A qué altura el valor de la gravedad se reduce a la mitad del valor que tiene en la superficie terrestre?

Dato:  $R_T = 6.370 \text{ km}$ .

**b)** Deduce la expresión que te permita calcular cómo varía la gravedad en el interior de la Tierra, supuesto que tiene una densidad constante.

**20.** En el movimiento circular de un satélite en torno a la Tierra, determina:

**a)** La expresión de la energía cinética en función de las masas del satélite y de la Tierra y del radio de la órbita.

**b)** La relación que existe su energía mecánica y su energía potencial.

**21. a)** Explique el concepto de velocidad de escape y deduzca razonadamente su expresión.

**b)** ¿Qué ocurrirá en la realidad si lanzamos un cohete desde la superficie de la Tierra con una velocidad igual a la de escape?

**22. a)** Explique qué se entiende por velocidad de escape y deduzca razonadamente su expresión.

**b)** Razone qué energía habría que comunicar a un objeto de masa m, situado a una altura h sobre la superficie de la Tierra, para que se alejara indefinidamente de ella.

**23.** Un satélite de masa m se desplaza en torno de un planeta de masa M en una órbita circular de radio r.

**Relación Nº 2: INTERACCIÓN GRAVITATORIA**

- a) Calcula la velocidad del satélite.  
b) Comprueba que la energía mecánica del satélite es numéricamente igual a la mitad de su energía potencial.
24. Sean A (afelio) y B (perihelio) dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando A más alejado del sol que B.  
a) Haga un análisis energético del movimiento del cometa y compare los valores de la energías cinética y potencial en A y en B.  
b) i) ¿En cuál de los puntos A o B es mayor el módulo de la velocidad?  
ii) ¿En cuál de los puntos A o B es mayor el módulo de la aceleración?
25. a) La Tierra está dentro del campo gravitatorio solar. ¿Por qué la Tierra no se precipita sobre el Sol?  
b) Demuestra la Ley de Kepler de los Periodos.
26. En el movimiento circular de un satélite en torno a la Tierra, determina:  
a) La expresión de la energía cinética en función de las masas del satélite y de la Tierra y del radio de la órbita.  
b) La relación que existe su energía mecánica y su energía potencial.
27. Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:  
a) Según la ley de la gravitación la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es directamente proporcional a la masa de éste. Sin embargo, dos cuerpos de diferente masa que se sueltan desde la misma altura llegan al suelo simultáneamente.  
b) El trabajo realizado por una fuerza conservativa en el desplazamiento de una partícula entre dos puntos es menor si la trayectoria seguida es el segmento que une dichos puntos.
28. a) Si sobre un sistema actúan tres fuerzas conservativas diferentes una no conservativa, ¿cuántos términos de energía potencial hay en el teorema del trabajo y energía?  
b) ¿A qué distancia del centro de la Tierra, y en el interior de ésta, la intensidad del campo gravitatorio terrestre es igual a su valor en un punto que dista del centro de la Tierra una longitud igual a dos veces el radio terrestre?

**Problemas:**

29. Suponga que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular, de radio  $1,5 \cdot 10^{11}$  m.  
a) Calcule razonadamente la velocidad de la Tierra y la masa de Sol.  
b) Si el radio orbital disminuye un 20 %, ¿cuáles serían el periodo de revolución y la velocidad orbital de la Tierra?  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ .  
Soluciones: a)  $v = 30 \text{ kms}^{-1}$ ;  $M_s = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ . b)  $T = 261,2$  días;  $v = 33,41 \text{ kms}^{-1}$ .
30. a) Determine la densidad de la media de la Tierra.  
b) ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra la intensidad del campo gravitatorio terrestre se reduce a la tercera parte?  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $R_T = 6.370 \text{ km}$ ;  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .  
Soluciones: a)  $\rho = 5.507 \text{ kgm}^{-3}$ . b)  $H = 4.663 \text{ km}$ .
31. Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula y la desplaza, desde un punto  $x_1$  hasta otro punto  $x_2$ , realizando un trabajo de 50 J.  
a) Determine la variación de energía potencial de la partícula en ese desplazamiento. Si la energía potencial de la partícula es cero en  $x_1$ , ¿cuánto valdrá en  $x_2$ ?  
b) Si la partícula, de 5 g, se mueve bajo la influencia exclusiva de esa fuerza, partiendo del reposo en  $x_1$ , ¿cuál será la velocidad en  $x_2$ ?; ¿cuál será la variación de su energía mecánica?  
Soluciones: a)  $\Delta E_p = - 50 \text{ J}$ ;  $E_{p_{x_2}} = - 50 \text{ J}$ . b)  $v_{x_2} = 141,42 \text{ ms}^{-1} = 509 \text{ km/h}$ .  $\Delta E_m = 0$ .
32. a) Explique la influencia que tienen la masa y el radio de un planeta en la aceleración de la gravedad en su superficie y en la energía potencial de una partícula próxima a dicha superficie.  
b) Imagine que la Tierra aumentara su radio al doble y su masa al cuádruple, ¿cuál sería en nuevo valor de  $g$ ?; ¿y el nuevo período de la Luna?

**Relación Nº 2: INTERACCIÓN GRAVITATORIA**

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $R_T = 6.400 \text{ km}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $d_{T-L} = 3,84 \cdot 10^5 \text{ km}$ .

Soluciones: b)  $g = 9,77 \text{ ms}^{-2}$ ;  $T = 1,181.703 \text{ s} = 13,68 \text{ días}$ .

**33.** Un meteorito de 1.000 kg colisiona con otro, a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra, y pierde toda su energía cinética.

a) ¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía mecánica tras la colisión?

b) Si cae a la Tierra, haga un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre? ¿Dependerá esa velocidad de la trayectoria seguida?

Razone las respuestas.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $R_T = 6.400 \text{ km}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

Soluciones: a)  $p = 199,4 \text{ N}$ ;  $E_m = -8.933,035.714 \text{ J}$ . b)  $E_p$  se va transformando en  $E_c$ ;

$v = 10.354 \text{ ms}^{-1} = 37.273 \text{ km/h}$ . No, ya que el campo gravitatorio es conservativo.

**34.** Un cuerpo de 300 kg situado a 5.000 km de altura sobre la superficie terrestre, cae hacia el planeta.

a) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar y calcule con qué velocidad llega a la superficie, suponiendo que el cuerpo partió del reposo.

b) ¿A qué altura sobre la superficie terrestre debe estar el cuerpo para que su peso se reduzca a la cuarta parte de su valor en la superficie?

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $R_T = 6.400 \text{ km}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

Soluciones: a)  $v = 7.406,2 \text{ ms}^{-1} = 26.662,3 \text{ km/h}$ . b)  $H = 6.400 \text{ km}$ .

**35.** Dos partículas de masas  $m_1 = 2 \text{ Kg}$  y  $m_2 = 5 \text{ kg}$  están situadas en los puntos  $P_1 (0,2) \text{ m}$  y  $P_2 (1, 0) \text{ m}$ , respectivamente.

a) Dibuje el campo gravitatorio producido por cada una de las masas en el punto O (0,0) m y en el punto P (1, 2) m y calcule el campo gravitatorio total en el punto P.

b) Calcule el trabajo necesario para desplazar una partícula de 0,1 kg desde el punto O al punto P.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ . Soluciones: a)  $E = 15,73 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ . b)  $W_e = 10^{-11} \text{ J}$ .

**36. a)** Razone cuáles son la masa y el peso de una persona de 70 kg en la superficie de la Luna.

b) Calcule la altura que recorre en 3 s una partícula que se abandona, sin velocidad inicial, en un punto próximo a la superficie de la Luna y explique las variaciones de energía cinética, potencial y mecánica en ese desplazamiento.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .  $M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ ;  $R_L = 1,738 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

Soluciones: a)  $m = 70 \text{ kg}$ ;  $p = 113,61 \text{ N}$ . b)  $h = 7,3 \text{ m}$ ;  $\Delta E_c = -\Delta E_p$ ;  $\Delta E_m = 0$ .

**37.** Suponga que la masa de la Tierra se duplicara.

a) Calcule razonadamente el nuevo periodo orbital de la Luna suponiendo que su radio orbital permaneciera constante.

b) Si, además de duplicarse la masa terrestre, se duplicara su radio, ¿cuál sería el valor de g en la superficie terrestre?

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $R_T = 6.370 \text{ km}$ ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{orbital Luna}} = 3,84 \cdot 10^5 \text{ km}$ .

Soluciones: a)  $T = 1,1673.792 \text{ s} = 19,37 \text{ días}$ . b)  $g = 4,93 \text{ ms}^{-2}$ .

**38.** Dos satélites artificiales de la Tierra  $S_1$  y  $S_2$  describen en un sistema de referencia geocéntrico dos órbitas circulares, contenidas en el mismo plano, de radio  $r_1 = 8.000 \text{ km}$  y  $r_2 = 9.034 \text{ km}$ , respectivamente. En un instante inicial dado, los satélites están alineados con el centro de la Tierra y situados del mismo lado.

a) ¿Qué relación existe entre las velocidades orbitales de ambos satélites?

b) i) ¿Qué relación existe entre los periodos orbitales de los dos satélites?

ii) ¿Qué posición ocupará el satélite  $S_2$  cuando  $S_1$  haya completado 6 vueltas, desde el instante inicial?

Soluciones: a)  $v_1/v_2 = 1,063$ . b) i)  $T_1/T_2 = 0,8331$ . b) ii) El satélite 2 da  $4,9986 = 5$  vueltas.

**39.** Un satélite artificial en órbita geostacionaria es aquel que, al girar con la misma velocidad angular de rotación de la Tierra, se mantiene sobre la vertical.

a) Explique las características de esa órbita y calcule su altura respecto a la superficie de la Tierra. b) Razone qué valores obtendría para la masa y el peso un cuerpo situado en dicho satélite sabiendo que su masa en la Tierra es de 20kg.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $R_T = 6.400 \text{ km}$ ;

**Relación Nº 2: INTERACCIÓN GRAVITATORIA**

$M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg. Soluciones: a)  $H = 3,5 \cdot 10^7$  m. b)  $m = 20$  kg;  $p = 4,52$  N.

**40.** La nave espacial Discovery, lanzada en octubre de 1998, describía en torno a la Tierra una órbita circular con una velocidad de 7,62 km/s.

a) ¿A qué altura se encontraba?

b) ¿Cuál era su período? ¿Cuántos amaneceres contemplaban cada 24 h los astronautas que viajaban en el interior de la nave?  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg;  $R_T = 6.370$  km.

Soluciones: a)  $H = 499.373$  m = 499,4km. b)  $T = 1,57$  h; 15,25 amaneceres.

**41.** La nave espacial Apolo 11 orbitó alrededor de la Luna con un período de 119 minutos y a una distancia media del centro de la Luna de  $1,8 \cdot 10^6$  m. Suponiendo que su órbita fue circular y que la Luna es una esfera uniforme:

a) Determina la masa de la Luna y la velocidad orbital de la nave.

b) ¿Cómo se vería afectada la velocidad orbital si la masa de la nave espacial se hiciese el doble? Razone la respuesta. Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>·kg<sup>-2</sup>.

Soluciones: a)  $M_L = 6,77 \cdot 10^{22}$  kg,  $v = 1.584$  ms<sup>-1</sup> = 5.702,4 km/h.

b) La velocidad orbital sería la misma, pues no depende de la masa de la nave.

**42.** Un satélite del sistema de posiciones GPS, de 1.200 kg, se encuentra en una órbita circular de radio  $3 R_T$ .

a) Calcule la variación que ha experimentado el peso del satélite respecto del que tenía en la superficie terrestre.

b) Determina la velocidad orbital del satélite y razone si la órbita descrita es geoestacionaria.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>·kg<sup>-2</sup>;  $R_T = 6.400$  km;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg.

Solu.: a) Su peso ha descendido en 10.464 N. b)  $T = 7,35$  h; no, porque no vale 24 horas.

**43.** La misión Cassini a Saturno-Titán comenzó en 1997 con el lanzamiento de la nave desde Cabo Cañaveral y culminó el pasado 14 de enero de 2005, al posarse con éxito la cápsula Huygens sobre la superficie de Titán, el mayor satélite de saturno, más grande que nuestra Luna e incluso más que el planeta Mercurio.

a) Admitiendo que Titán se mueve alrededor de Saturno describiendo una órbita circular de  $1,2 \cdot 10^9$  m de radio, calcule la velocidad y periodo orbital.

b) ¿Cuál es la relación entre el peso de un objeto en la superficie de Titán y en la superficie de la Tierra?  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>·kg<sup>-2</sup>;  $R_{\text{Titán}} = 2,6 \cdot 10^6$  m;  $M_{\text{saturno}} = 5,7 \cdot 10^{26}$  kg;

$M_{\text{titán}} = 1,3 \cdot 10^{23}$  kg;  $g = 10$  ms<sup>-2</sup>.

Soluciones: a)  $v = 5.629$  ms<sup>-1</sup> = 20.263 km/h.

$T = 1,339.527$  s = 15,5 días. b)  $p_{\text{Titán}}/p_{\text{Tierra}} = 0,12827$ .

**44.** Un cuerpo, inicialmente en reposo a una altura de 150 km sobre la superficie terrestre, se deja caer libremente.

a) Explique cualitativamente cómo varían las energías cinética, potencial y mecánica del cuerpo durante el descenso, si se supone nula la resistencia del aire, y determine la velocidad del cuerpo cuando llega a la superficie terrestre.

b) Si, en lugar de dejar caer el cuerpo, lo lanzamos verticalmente hacia arriba desde la posición inicial, ¿cuál sería su velocidad de escape?

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>·kg<sup>-2</sup>;  $R_T = 6.400$  km;  $M_T = 6 \cdot 10^{24}$  kg.

Soluciones: a)  $E_p$  disminuye igual que aumenta  $E_c$ ;  $E_m = \text{cte.}$ ;  $v = 1.692,3$  ms<sup>-1</sup> = 6.092,4 km/h.

b)  $v_e = 11.054,3$  ms<sup>-1</sup> = 39.795,6 km/h.

**45. a)** Se lanza hacia arriba un objeto desde la superficie terrestre con una velocidad inicial de  $10^3$  ms<sup>-1</sup>. Comente los cambios energéticos que tienen lugar durante el ascenso del objeto y calcule la altura máxima que alcanza considerando despreciable el rozamiento.

b) Una vez alcanzada dicha altura, ¿qué velocidad se debe imprimir al objeto para que escape del campo gravitatorio terrestre?

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>·kg<sup>-2</sup>;  $R_T = 6.400$  km;  $M_T = 6 \cdot 10^{24}$  kg.

Soluciones: a)  $E_c$  disminuye igual que aumenta  $E_p$ ;  $E_m = \text{cte.}$   $H = 51.587$  m = 51,587 km.

b)  $v_e = 11.138,3$  ms<sup>-1</sup> = 40.098 km/h.